



- 1 -

Λύσεις ΕΠΑΠ - Άλγεβρα.

A<sub>1</sub> Σχ. βιβλίο 6ελ 93

A<sub>2</sub> Σχ. βιβλίο 6ελ 16.

A<sub>3</sub> α) Λάθος β) Σωστό γ) Σωστό δ) Σωστό

ε) Λάθος.

| <u>B<sub>1</sub></u> | $x_i$  | $v_i$ | $f_i \%$ | $N_i$ | $x_i v_i$ |
|----------------------|--------|-------|----------|-------|-----------|
|                      | 0      | 10    | 20%      | 10    | 0         |
|                      | 1      | 15    | 30%      | 25    | 15        |
|                      | 2      | 11    | 22%      | 36    | 22        |
|                      | 3      | 8     | 16%      | 44    | 24        |
|                      | 4      | 6     | 12%      | 50    | 24        |
|                      | Σύνολο | 50    | 100%     | 1111  | 85        |

B<sub>2</sub>  $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{85}{50} = 1,7$

B<sub>3</sub> Η διατέγος είναι το υψόμετρο των 2 τεταίω  
παρατηρήσεων διότι  $v=50$  (2πτος) άρα

$$s = \frac{t_{25} + t_{26}}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} = 1,5.$$



B4) <) το πολύ 3 ώρες εξάμερο, το 88%.

β) έχουμε  $y_i = x_i + 4$ , άρα  $\bar{y} = \bar{x} + 4$   
 $\bar{y} = 1,7 + 4$   
 $\bar{y} = 5,7$

Θέμα Γ έχουμε  $f(x) = -2x^3 + 6x^2 + a$

Γ1)  $f'(x) = -6x^2 + 12x$

Θέτουμε  $f'(x) = 0$   
 $-6x^2 + 12x = 0$   
 $x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0$

$\swarrow \quad \searrow$   
 $x=0 \quad \vee \quad x=2$

|      |            |            |            |           |
|------|------------|------------|------------|-----------|
|      | $-\infty$  | $0$        | $2$        | $+\infty$ |
| $f'$ | $-$        | $0$        | $+$        | $0$       |
| $f$  | $\nearrow$ | $\nearrow$ | $\searrow$ |           |
|      |            | T.E.       | T.T.       |           |

Έχουμε  $f(0) = a$   
 $f(2) = 8 + a$

πρέπει:  $\frac{f(0) + f(2)}{2} = -8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(0) + f(2) = -16 \Leftrightarrow 8 + a + a = -16$

$2a + 8 = -16$

$2a = -16 - 8$

$2a = -24$

$a = -12$



- 3 -

Γ<sub>3</sub> Για  $\alpha = -12$  έχουμε

$$f(x) = -2x^3 + 6x^2 - 12, \quad f(1) = -2 + 6 - 12 = -8$$
$$f'(x) = -6x^2 + 12x, \quad f'(1) = -6 + 12 = 6.$$

Έστω  $y = \lambda x + \beta$  η ζητούμενη ευθεία

Είναι  $\lambda = f'(1) = 6$  άρα η εξίσωση γίνεται

$y = 6x + \beta$ . Η ευθεία διέρχεται από το σημείο  $(1, -8)$

Άρα για  $x = 1$  και  $y = -8$  έχουμε:  $-8 = 6 \cdot 1 + \beta$

$$\Leftrightarrow \beta = -14$$

Συνεπώς η ζητούμενη ευθεία είναι η  $y = 6x - 14$



- 4 -

Γ4) Η  $f$  παρουσιάζει το π.μ. στο  $x=2$   
άρα για  $x \geq 2$  έχουμε  $f(x) \leq f(2)$

$$\Leftrightarrow -2x^3 + 6x^2 - 12 \leq -2 \cdot 2^3 + 6 \cdot 2^2 - 12$$

$$-2x^3 + 6x^2 \leq -16 + 24$$

$$-2x^3 + 6x^2 \leq 8 \Leftrightarrow$$

$$-2x^3 + 6x^2 - 8 \leq 0$$

$$2x^3 - 6x^2 + 8 \geq 0 \quad (:2)$$

$$x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Έστω  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \lambda x^2 + 7x + \frac{2}{3}$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 + 2\lambda x + 7 = x^2 + 2\lambda x + 7$$

πρέπει  $f'(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 + 2 \cdot \lambda \cdot 1 + 7 = 0$

$$2\lambda + 8 = 0$$

$$2\lambda = -8$$

$$\lambda = -4$$



- 5 -

Δ2 Έχουμε  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 7x + \frac{2}{3}$

οπότε  $f'(x) = x^2 - 8x + 7$

Θέτουμε  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$

$\Delta = 64 - 28 = 36$

$x_{1,2} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} =$  ①  
⑦

|      |           |            |         |            |              |            |
|------|-----------|------------|---------|------------|--------------|------------|
|      | $-\infty$ | 1          | 7       | $+\infty$  |              |            |
| $f'$ |           | +          | 0       | -          | 0            | +          |
| $f$  |           | $\nearrow$ |         | $\searrow$ |              | $\nearrow$ |
|      |           |            | $2-\mu$ |            | $2-\epsilon$ |            |

Δ3 Έιμε,  $2020 < 2025$  και  $2020 > 7$   
 $2025 > 7$

οπότε  $f \uparrow$  οπότε  $f(2020) < f(2025)$   
 $\Leftrightarrow f(2025) - f(2020) > 0$  (1)

• Έιμε,  $\frac{3}{2} < \frac{5}{2}$  και  $1 < \frac{3}{2} < 7$  και

$1 < \frac{5}{2} < 7$

οπότε  $f \downarrow$  οπότε  $f(\frac{3}{2}) > f(\frac{5}{2})$  οπότε

$f(\frac{3}{2}) - f(\frac{5}{2}) > 0$  (2)

Από (1), (2) έχουμε  $A > 0$



- 6 -

$$\Delta 4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - f''(x) + 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8x + 7 - (2x - 8) + 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8x + 7 - 2x + 8 + 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 10x + 16}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-8)(x-2) [\sqrt{x+1} + \sqrt{3}]}{[\sqrt{x+1} - \sqrt{3}] [\sqrt{x+1} + \sqrt{3}]} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-8)(x-2) [\sqrt{x+1} + \sqrt{3}]}{\sqrt{x+1}^2 - \sqrt{3}^2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-8)(x-2) (\sqrt{x+1} + \sqrt{3})}{x+1 - 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-8)(x-2) (\sqrt{x+1} + \sqrt{3})}{x-2}$$

$$= (2-8) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{3}) = -6 \cdot 2\sqrt{3} = -12\sqrt{3}$$